

BOLETÍN CINEMÁTICA

1. Desde una ventana situada a 20 metros sobre el suelo se lanza una bola verticalmente hacia arriba con una velocidad de 10 m/s. Sabiendo que la aceleración de la bola es constante y de $9'81 \text{ m/s}^2$ hacia abajo, determinar:

- La velocidad v y la altura y de la bola en función del tiempo
- La máxima altura que alcanza la bola y el correspondiente valor de t
- El instante en que la bola choca con el suelo y la velocidad correspondiente

Dibujar las curvas $v-t$ y $y-t$

2. ¿Durante qué tiempo un cuerpo que cae libremente sin velocidad inicial, pasa el enésimo metro de su trayecto?

3. Un punto material se mueve obedeciendo a las ecuaciones siguientes, donde a y b son constantes. Calcular la aceleración tangencial y normal.

$$x = at^3 + b \quad y = bt + a \quad z = \sqrt{\frac{3ab}{2}} \cdot t^2$$

4. En un terreno horizontal y sin obstáculos a la vista, hay dos carreteras A y B que se cortan en ángulo recto y por cada una de ellas circula un vehículo, teniendo ambos la misma velocidad v_0 . Una espesa niebla impide que los objetos sean visibles hasta que se encuentran a una distancia de 80 metros en línea recta. El coche que circula por A sigue su camino a la misma velocidad; el que circula por B está obligado a darle paso y tan pronto como el conductor divisa al otro, actúa los frenos y logra parar el vehículo en el cruce de la carretera y en el mismo instante en que pasa el otro coche por él. El coche de la carretera B pesa 2 Tm y al acción de los frenos y demás resistencias pasivas equivalen a una fuerza de 500 kg. Calcular la velocidad v_0 .

5. Por la periferia de una pista circular parten a la vez del mismo punto y en direcciones opuestas dos móviles con velocidades de 2 y 3 vueltas por minuto. ¿En qué punto se encontrarán y qué tiempo habrá transcurrido?

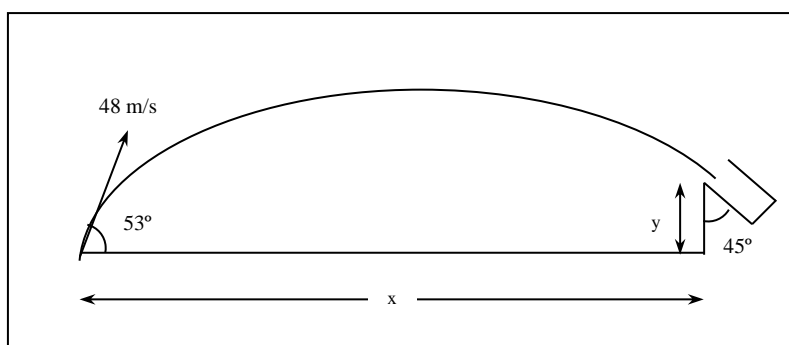
6. Un cuerpo A se ha lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial v_1 ; otro cuerpo B cae desde la altura h con una velocidad inicial $v_2=0$. Hallar cómo varía la distancia x entre los cuerpos A y B en función del tiempo t , suponiendo que ambos cuerpos comenzaran a moverse simultáneamente. ¿Al cabo de qué tiempo se encontrarán?

7. Una piedra se lanza horizontalmente con una velocidad de 10 m/s. Hallar el radio de curvatura de su trayectoria a los 3 s de comenzar el movimiento. (La resistencia del aire no se tiene en cuenta).

8. Una rueda de radio $R=10 \text{ cm}$ gira de forma que la relación entre la velocidad lineal de los puntos que se encuentran en su llanta y el tiempo que dura el movimiento viene dado por la ecuación: $v=At+Bt^2$, donde $A=3 \text{ cm/s}^2$ y $B=1 \text{ cm/s}^3$. Hallar el ángulo que forma el vector aceleración total con el radio de la rueda en los momentos en que el tiempo, tomado desde el momento en que la rueda comienza a girar, es $t=0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ s}$.

9. Se lanza una pequeña piedra con velocidad inicial de 48 m/s y formando un ángulo de 53° con la horizontal, como se indica en la figura. La piedra se introduce en un tubo apuntando a 45° con la vertical, de tal forma que la dirección del movimiento de la piedra coincide con el eje del tubo en el momento de penetrar en él.

- ¿Cuánto tiempo está la piedra en el aire?
- ¿Cuáles son las coordenadas x e y de la boca del tubo?



10. Calcular el ángulo de lanzamiento de un proyectil para que disparado desde un punto de un plano inclinado 30° incida sobre él normalmente.

11. Desde el interior de un tren que viaja a 108 Km/h un niño lanza un objeto por una ventana, con una velocidad de 36 Km/h horizontalmente perpendicular a la marcha del tren, cuando pasa frente a un poste indicador. ¿A qué distancia del poste contada a lo largo de la vía, y a qué distancia de ésta chocará el cuerpo con el suelo? La altura inicial sobre el suelo es de 2'45 m. (Tómese $g=10 \text{ m/s}^2$)

12. El mecanismo de freno que se emplea para reducir el retroceso en cierto tipo de cañones consiste esencialmente en un pistón unido al tubo que puede moverse en el interior de un cilindro fijo y lleno de aceite. Cuando el tubo retrocede con una velocidad inicial v_0 el pistón se mueve y el aceite lo atraviesa por unos orificios dispuestos al efecto sobre el pistón, provocando con ello una deceleración del tubo y del pistón proporcional a su velocidad, es, $a = -k.v$. Expresar:

- v en función de t
- x en función de t
- v en función de x

13. Hallar la velocidad y la aceleración de un punto situado sobre la superficie de la Tierra y en el paralelo de latitud 45° . El radio de la Tierra es $R_T=6367'47 \text{ Km}$.

14. Una partícula descansa en la parte superior de un hemisferio de radio R . ¿Cuál es la velocidad horizontal mínima que debe comunicársele para que la partícula abandone el hemisferio sin resbalar por su superficie?

15. Por una calle de anchura $a=10 \text{ m}$ circulan, uno tras otro, y perfectamente alineados coches a la velocidad constante $v=24 \text{ Km/h}$, de ancho $b=2 \text{ m}$ y distanciados entre sí $c=8 \text{ m}$ (distancia del parachoques posterior del precedente al anterior del siguiente). Calcular el tiempo necesario para que un peatón cruce la calle en línea recta lo más despacio posible, la velocidad de aquel y la trayectoria.

16. Un patinador comienza a descender por una pendiente inclinada 30° con respecto a la horizontal, desde una altura $h_1=2$ m. Su masa es de 70 kg. Al final de la pendiente hay un corte vertical debajo del cual existe un foso de anchura 5 m, y cuyo nivel superior está a 10 m por debajo del final de la pendiente. Se pide calcular, sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el patinador y el suelo es de $\mu=0'024$:

- la velocidad al final de la pendiente
- si salvará o no el foso, y a qué distancia de la pared vertical caerá
- la velocidad mínima que debe llevar al final de la pendiente para salvarlo

17. En un terreno se lanza una pelota verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 10 m/s. El viento produce una fuerza horizontal constante sobre la pelota que es igual a la quinta parte del peso de ésta. Se pide:

- la distancia entre el impacto y el punto de lanzamiento
- velocidad de la pelota en el punto más alto de la trayectoria
- altura máxima que alcanzará la pelota
- velocidad de la pelota en el momento del impacto
- ángulo que forma la velocidad del impacto con la horizontal

(Tomése $g = 10 \text{ m/s}^2$)

18. Un móvil que parte del origen de coordenadas recorre la parábola $x^2=2y$ en que x e y están expresados en metros, de tal forma que la proyección del movimiento sobre el eje OX es un movimiento uniforme de velocidad $v_0=2$ m/s. Hallar, al cabo de $t=\sqrt{2}$ s:

- el módulo de la velocidad
- las componentes intrínsecas de la aceleración
- el radio de curvatura para el instante considerado

19. El movimiento de un punto referido a unos ejes coordenados OXY es:

$$\begin{aligned}x &= R(t - \sin t) \\ y &= R(1 - \cos t)\end{aligned}$$

Hallar:

- la velocidad, la aceleración y componentes intrínsecas
- el radio de curvatura

20. El movimiento de una partícula viene definido por las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$\begin{aligned}x &= 2 + 2 \cos 4\pi t \\ y &= 2 \sin 4\pi t \\ z &= 2 + 2t\end{aligned}$$

viendo las variables x , y y z en metros y t en segundos. Determinar:

- el espacio recorrido por el móvil en los diez primeros segundos
- la distancia al punto de partida a la que se encuentra el móvil al cabo de ese tiempo

21. Un jugador que está a 5 m de distancia de una pared vertical (frontón) lanza una pelota contra ella. La pelota sale de su mano a una altura de 2 m sobre el suelo y con una velocidad $\mathbf{v}=10\mathbf{i} + 10\mathbf{j}$ (m/s). Cuando la pelota choca con el frontón se invierte la componente horizontal de su velocidad, permaneciendo invariable su componente vertical.

- Dibujar las fuerzas que actúan sobre la pelota en su trayectoria hacia la pared y en su trayectoria de regreso al suelo
- Calcular la altura sobre el suelo a la que choca la pelota en el frontón
- La distancia, medida desde la posición inicial del jugador, a la que caerá la pelota
(Tomar $g=10\text{ m/s}^2$)

22. Desde una altura de 12 m, en el interior del hueco de un ascensor, se lanza verticalmente hacia arriba una bola con una velocidad inicial de 18 m/s. En ese mismo instante un ascensor de plataforma abierta está a 5 m de altura ascendiendo a una velocidad constante de 2 m/s. Hallar:

- cuándo y donde chocan la bola y el ascensor
- la velocidad de la bola relativa al ascensor en el momento del choque

23. Un cuerpo ha sido lanzado con una velocidad $v_0=14'7\text{ m/s}$ formando un ángulo de 30° con el horizonte. Hallar:

- las aceleraciones normal y tangencial que tendrá este cuerpo después de transcurrir un tiempo $t=1'25\text{ s}$ desde que comenzó a moverse
- el radio de curvatura en ese mismo instante

Despréciese la resistencia del aire

24. Un móvil describe una trayectoria circular de 20 cm de radio con una aceleración tangencial $a_t=2v$, donde v es la velocidad del móvil. Calcular, al cabo de medio segundo, los valores de:

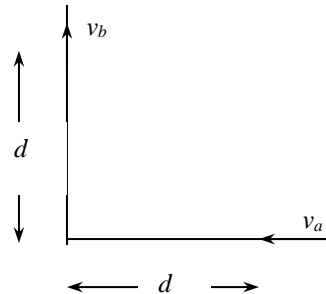
- aceleración angular
- aceleración tangencial
- velocidad angular si en el instante inicial giraba a razón de 300 r.p.m.

(Utilícese sistema cegesimal)

25. Un automóvil se mueve horizontalmente en línea recta con rapidez constante de 20 m/s. Si se va a disparar un proyectil desde el automóvil a un ángulo θ respecto a la horizontal con rapidez v en relación al automóvil de manera que el proyectil regrese al automóvil después que éste haya recorrido 80 m, ¿cuáles serían los valores de v y de θ ?

(Tómese $g = 10\text{ m/s}^2$)

26. Dos barcos A y B se encuentran separados del origen de coordenadas una distancia d según el dibujo. El barco A se dirige hacia el origen con velocidad v_A constante. El barco B se dispone perpendicularmente al anterior con una velocidad v_B también constante. Calcular la distancia mínima entre los dos.



27. En un cierto instante un avión que vuela horizontalmente a razón de $v = 20\sqrt{3}$ m/s, suelta una bomba desde una altura $H = 600$ m sobre el suelo. Un cañón situado precisamente en la vertical del avión en el instante mencionado dispara una bala con velocidad v_0 e inclinación 60° con la horizontal. Calcular para que choquen ambos proyectiles, la velocidad v_0 de la bala y donde colisionan.

Hacer un croquis que refleje, correctamente, lo que sucede en el problema.

Se admite que las trayectorias de ambos están en el mismo plano vertical, que el aire no ofrece resistencia y que la gravedad vale $g = 10 \text{ m/s}^2$.

SOLUCIONES BOLETÍN CINEMÁTICA

1. a) $v=10-9'81t$; $y=20+10t-4'90t^2$
 b) 25'1 m; 1'019 s
 c) 3'28 s; -22'2 m/s
2. $\tau = \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot (\sqrt{n} - \sqrt{(n-1)})$
3. $a_t=6at$; ($a_n = \sqrt{6ab}$)
4. 47'6 Km/h
5. ángulo girado = 144º; t=12 s
6. $x=h-v_1 \cdot t$; $t = \frac{h}{v_1}$
7. 305'2 metros
8. 90º; 72'25º; 35º; 15'5º; 7'99º; 4'65º
9. 6'86 s; (198'25, 32'15)
10. 70'89º
11. distancia a lo largo de la vía = 21 m
 Distancia del choque con el suelo = 7m
12. $v = v_0 \cdot e^{-kt}$; $x = \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt})$; $v = v_0 - kx$
13. 327'4 m/s; 0'0238 m/s²
14. $v_0 > \sqrt{gR}$
15. 6'36 s; 5'82 Km/h; Trayectoria, $\alpha=14^\circ$
16. 6'13 m/s; salva el foso y cae a 6'1 m; 4'79 m/s
17. a) 4m; b) 2 m/s; c) 5 m; d) 10'77 m/s; e) -68'2º
18. a) 6 m/s; b) $a_t = \frac{8 \cdot \sqrt{2}}{3}$ m/s²; $a_n = 4/3$ m/s²; $a = 4$ m/s²; c) 27 m;
19. a) $\mathbf{v} = R(1-\cos t) \mathbf{i} + R \sin t \mathbf{j}$; $\mathbf{a} = R \sin t \mathbf{i} + R \cos t \mathbf{j}$;
 $|\mathbf{v}| = 2R \sin (t/2)$; $|\mathbf{a}| = R$ (módulos)
 $a_t = R \cos (t/2)$; $a_n = R \sin (t/2)$
 b) $4R \sin (t/2)$
20. 252'1 m; 20 m
21. b) 5'75 m; c) - 11'8 m
22. 3'6560 s; 12'312 m sobre el suelo; -19'83 m/s
23. a) $a_n = 9'14$ m/s²; $a_t = 3'51$ m/s²; b) 20'35 m;
24. a) 20π rad/s²; b) 400π cm/s²; c) 10π rad/s
25. 20 m/s y 90º
26. $h_{\min} = \frac{d(v_A + v_B)}{\sqrt{v_A^2 + v_B^2}}$
27. $40\sqrt{3}$ m/s; P (200 $\sqrt{3}$, 100)